

نام : به نام خدا
نام خانوادگی : «پایان ترم ریاضی عمومی ۲»
تیرماه ۹۶

۱. انتگرال‌های زیر را حل کنید.

الف) $\int_0^1 \int_{2y}^2 \cos(x^2) dx dy$ ب) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{2\sec\theta} \frac{r^2 \sin\theta}{1+r \sin\theta} dr d\theta$

ج) $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^2 (x^2 + y^2) dz dy dx$

۲. نشان دهید میدان برداری $F = 3x^2 \vec{i} + \frac{z^2}{y} \vec{j} + 2z \ln y \vec{k}$ دیفرانسیل کامل (بقا) است. و سپس مقدار انتگرال $\int_{(0,1,1)}^{(2,2,1)} 3x^2 dx + \frac{z^2}{y} dy + 2z \ln y dz$ را بیابید.

۳. به ازای هر خم هموار ساده بسته‌ی C با جهت خلاف عقربه‌های ساعت در صفحه xy، نشان دهید:

$$\oint_C -y^3 dx + x^3 dy \geq 0$$

۴. با استفاده از قضیه استوکس گردش میدان $F = (y^2 + z^2) \vec{i} + (x^2 + z^2) \vec{j} + (x^2 + y^2) \vec{k}$ گذار از مرز ناحیه‌ای از صفحه $x + y + z = 1$ که در یک هشتم اول واقع است را بیابید.

۵. درستی قضیه دیورژانس را برای میدان $F = x^2 \vec{i} + xz \vec{j} + 3z \vec{k}$ و رویه $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ را بررسی کنید.