

نام: به نام خدا
نام خانوادگی: نام استاد:
نام خانوادگی: دانشکده فنی و مهندسی

«معادلات دیفرانسیل»

۱۱۰ دقیقه

۱ - جواب‌های عمومی معادلات دیفرانسیل زیر را به دست آورید.

$$a) (x+y)^2 y' = 1, \quad y(0) = 0$$

$$b) xy' + y = 2x^2 yy' \ln y$$

$$c) y'' + 4y = 0$$

$$d) yy'' + (y+1)y'^2 = 0$$

$$e) x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^3 \cos x$$

۲. نشان دهید $\sec^2 xy$ عامل انتگرال‌ساز معادله زیر است و سپس آن را حل کنید.

$$(\sin xy \cos xy + xy)dx + x^2 dy = 0$$

۳. مقدار k را طوری به دست آورید که سهمی‌های $y = c_1 x^2 + k$ ، مسیرهای قائم بیضی‌های $x^2 + 2y^2 - y = c_2$ باشند.

۴. اگر معادله دیفرانسیل $y'' + 4y' + 5y = e^{\cos x}$ دارای دو جواب $y_1(x)$ و $y_2(x)$ باشد و

$$\begin{cases} J(x) = y_2(x) - y_1(x) \\ J(0) = 0, \quad J\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \end{cases} \text{ حاصل } J\left(\frac{\pi}{4}\right) \text{ کدام است.}$$

سؤال تشویقی (۱ نمره اضافی)

اگر $y = e^{-3x} \sin \frac{x}{2}$ یک جواب معادله دیفرانسیل $y'' + ay' + by = 0$ باشد حاصل ab کدام است.

نام: به نام خدا
نام خانوادگی: نام استاد:
نام خانوادگی: دانشکده فنی و مهندسی

«معادلات دیفرانسیل»

۱۱۰ دقیقه

۱ - جواب‌های عمومی معادلات دیفرانسیل زیر را به دست آورید.

$$a) (x+y)^2 y' = 1, \quad y(0) = 0$$

$$b) xy' + y = 2x^2 yy' \ln y$$

$$c) y'' + 4y = 0$$

$$d) yy'' + (y+1)y'^2 = 0$$

$$e) x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^3 \cos x$$

۲. نشان دهید $\sec^2 xy$ عامل انتگرال‌ساز معادله زیر است و سپس آن را حل کنید.

$$(\sin xy \cos xy + xy)dx + x^2 dy = 0$$

۳. مقدار k را طوری به دست آورید که سهمی‌های $y = c_1 x^2 + k$ ، مسیرهای قائم بیضی‌های $x^2 + 2y^2 - y = c_2$ باشند.

۴. اگر معادله دیفرانسیل $y'' + 4y' + 5y = e^{\cos x}$ دارای دو جواب $y_1(x)$ و $y_2(x)$ باشد و

$$\begin{cases} J(x) = y_2(x) - y_1(x) \\ J(0) = 0, \quad J\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \end{cases} \text{ حاصل } J\left(\frac{\pi}{4}\right) \text{ کدام است.}$$

سؤال تشویقی (۱ نمره اضافی)

اگر $y = e^{-3x} \sin \frac{x}{2}$ یک جواب معادله دیفرانسیل $y'' + ay' + by = 0$ باشد حاصل ab کدام است.